УДК 62-50

М.Ю. Мінін

ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСУ АВТОРЕГРЕСІЇ З КОВЗНИМ СЕРЕДНІМ, ЯКИЙ МІСТИТЬ АВТОРЕГРЕСІЙНІ СКЛАДОВІ

Вступ

Використання спостережень часового ряду, що є доступними на момент часу t, для здійснення прогнозу на момент часу $t+1$ часто стає основою для розв'язання великої кількості важливих задач оптимального керування та прийняття рішень. Точність цього прогнозу суттєво впливає на якість прийнятого рішення або керуючої дії та, відповідно, на якість результату.

Задачі фінансового моделювання та прогнозування розглядаються в багатьох публікаціях. У праці [1] поєднуються основи теорії фінансів та математичної теорії їх моделювання з метою поглибленого дослідження фінансових процесів, оцінювання прогнозів та керування. Монографія [2] присвячена аналізу сучасних адаптивних методів короткострокового прогнозування, які стали підручним інструментом для прогнозування фондового ринку, фінансових потоків різного призначення, техніко-економічних характеристик технологічних процесів і технічних систем, аналізу якості на виробництві. В [3] наведено модифіковану методику Бокса–Дженкінса побудови регресійних моделей часових рядів, яка успішно застосовується до моделювання і прогнозування фінансово-економічних процесів, показників якості технологічних процесів та ін. У працях [4, 5] розглядаються можливості прогнозування нелінійних динамічних процесів, зокрема процесів із змінною дисперсією (гетероскедастичні процеси). Для цієї мети застосовуються регресійні методи, нейронні мережі, метод подібних траєкторій. В [6] досліджується прогнозування нестаціонарних процесів за допомогою алгоритму клонального відбору, який практично не залежить від типу нестаціонарності та збурень, що діють на процес. Застосування оберненого відображення Кастельжо в прогнозуючих нечітких нейронних моделях аналізується в [7], де наводяться приклади успішного застосування даного методу до короткострокового прогнозування нелінійних відносно змінних нестаціонарних процесів різної природи. У працях [8, 9] запропоновано методику побудови ймовірнісних байєсівських мереж (МБ) та аналізуються можливості її застосування до прогнозування станів процесів у бізнесі та фінансах. Прогноз, отриманий за таким методом, є ймовірнісним, тобто оцінюється ймовірність попадання значення змінної в деякий інтервал. В [10] оцінюються можливості використання теорії екстремальних значень до розв'язання задачі їх прогнозування. Це також ймовірнісний метод, який ґрунтується на оцінюванні параметрів (моментів) відповідних розподілів. У статті [11] аналізуються відмінні від нормальних розподілів та можливостей їх застосування до оцінювання та прогнозування фінансових ризиків з використанням методик VaR та CVaR. Наводяться приклади оцінювання характеристик еліптичних розподілів, які виявились прийнятними для описання інвестиційних процесів.

Процес побудови прогнозу можна подати у вигляді трьох задач, які взаємно пов'язані:

1) оцінювання структури моделі явища, що досліджується (структурна ідентифікація);

2) оцінювання параметрів моделі (параметрична ідентифікація);

3) побудова функції прогнозування на основі моделі та її використання для обчислення оцінок прогнозу.

Найбільш дослідженими на сьогодні є лінійні стаціонарні випадкові процеси. Для їх прогнозування найчастіше використовуються моделі авторегресії (АР), ковзного середнього (КС) та їх комбінація (АРКС, АРІКС). Ці моделі суттєво взаємопов'язані [12]. Наприклад, сума двох незалежних АР-процесів є процесом АРКС, причому параметри сумарного процесу визначаються параметрами процесів-доданків. Таким чином, для прогнозування значень сумарного процесу можливе використання двох підходів:

1) здійснення прогнозу для кожного із складових АР-процесів і додавання отриманих результатів;

2) прогнозування саме сумарного процесу АРКС.

Апріорна дисперсія похибки прогнозування при використанні першого підходу завжди дорівнює або менше за дисперсію похибки другого підходу.

У випадку, якщо складові процеси є латентними (прихованими), такими, що не спостерігаються безпосередньо, використання першого підходу вимагає розв'язання таких задач:

- оцінка параметрів АР складових процесів;
- оцінка значень складових процесів для попередніх моментів часу.

Постановка задачі

Мета статті – вирішення проблеми визначення латентних структурних складових для деяких процесів АРКС, зокрема випадкових.

Початкові дані

Нехай спостерігається дискретний випадковий процес $z=\{z_i\}, i=\overline{1,m}$, що є сумою двох стаціонарних випадкових процесів $x_1=\{x_{1i}\}$, $i=\overline{1,m}$, і $x_2=\{x_{2i}\}, i=\overline{1,m}$:

$$z_i = x_{1i} + x_{2i}. \tag{1}$$

Процеси x_1 і x_2 є процесами авторегресії, тобто

$$\Phi_1(B)x_{1k} = \varepsilon_{1k}, \varepsilon_{1k} \in N(0,\sigma_1), \tag{2}$$

$$\Phi_2(B)x_{2k} = \varepsilon_{2k}, \varepsilon_{2k} \in N(0,\sigma_2), \tag{3}$$

де

$$\Phi_1(B) = \varphi_1{}^T B_1, \tag{4}$$

$$\Phi_2(B) = \varphi_2{}^T B_2, \tag{5}$$

$$\varphi_i = \begin{pmatrix} 1 \\ \varphi_{i1} \\ \vdots \\ \varphi_{in_i} \end{pmatrix}, \; B_i = \begin{pmatrix} 1 \\ B \\ B^2 \\ \vdots \\ B^{n_i} \end{pmatrix}, \; i=1,2,$$

n_i – порядок авторегресії; B – оператор зсуву: $Bx_k = x_{k-1}$.

Похибки ε_1 та ε_2 є взаємно незалежними. За даними спостереження процесу z необхідно оцінити такі параметри: $\varphi_1, \varphi_2, x_1, x_2$.

Метод розв'язання задачі

Сума двох авторегресійних процесів x_1 і x_2 утворює процес z, що є процесом авторегресії та ковзного середнього. Для перевірки цього домножимо (1) на $\Phi_1(B)$:

$$\Phi_1(B)z_k = \Phi_1(B)x_{1k} + \Phi_1(B)x_{2k} = \varepsilon_{1k} + \Phi_1(B)x_{2k}. \tag{6}$$

Домноживши (6) на $\Phi_2(B)$, отримаємо

$$\Phi_2(B)\Phi_1(B)z_k = \Phi_2(B)\varepsilon_{1k} + \Phi_1(B)\Phi_2(B)x_{2k} =$$

$$= \Phi_2(B)\varepsilon_{1k} + \Phi_1(B)\varepsilon_{2k}. \tag{7}$$

Відомо [12], що сума двох процесів ковзного середнього, в свою чергу, також є процесом КС, порядок якого збігається з максимальним порядком складових процесів КС:

$$\Phi_2(B)\varepsilon_{1k} + \Phi_1(B)\varepsilon_{2k} = \Theta(B)\varepsilon_k, \varepsilon \in N(0,\sigma). \tag{8}$$

При цьому порядок $\Theta(B)$ становить

$$n_{\text{КС}} = \max\{n_1, n_2\}. \tag{9}$$

У разі, коли $n_1 = n_2$ і $\sigma_1^2\varphi_{1n_1} = -\sigma_2^2\varphi_{2n_2}$, формула (9) є невірною, однак цей випадок у статті не розглядається.

Зробивши заміну

$$\Phi_1(B)\Phi_2(B) = \Phi(B), \tag{10}$$

отримаємо

$$\Phi(B)z_k = \Theta(B)\varepsilon_k. \tag{11}$$

Слід зазначити, що порядок $\Phi(B)$ буде таким:

$$n_{\text{АР}} = n_1 + n_2. \tag{12}$$

За формулою (12) і при врахуванні, що $n_1 > 0$, $n_2 > 0$, отримаємо

$$n_{\text{АР}} > n_{\text{КС}}. \tag{13}$$

Крім того, враховуючи (9) та (12), можна зробити висновок, що

$$n_{\text{АР}} \le 2n_{\text{КС}}. \tag{14}$$

Відповідно до (9) і (12) порядки авторегресії процесів x_1 і x_2 можна визначити так:

$$n_1 = n_{\text{КС}}, \tag{15}$$

$$n_2 = n_{\text{АР}} - n_1 = n_{\text{АР}} - n_{\text{КС}}. \tag{16}$$

З правої частини (10) знаходимо коефіцієнти при різних степенях B. Нескладно показати, що вони визначаються у вигляді

$$\Phi_2^*\varphi_1^* = \varphi, \tag{17}$$

де

$$\varphi_i^* = \left.\begin{pmatrix} 1 \\ \varphi_{i1} \\ \vdots \\ \varphi_{in_1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}\right\} n_{\text{AP}} + 1, \ i = 1,2, \quad (18)$$

$$\Phi_2^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \varphi_{21}^* & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \varphi_{22}^* & \varphi_{21}^* & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{2,n_{\text{AP}}}^* & \varphi_{2,n_{\text{AP}}-1}^* & \varphi_{2,n_{\text{AP}}-2}^* & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Завдяки структурі матриці Φ_2^*, для якої незалежно від значень $\varphi_{2i}, i = \overline{1, n_2}$, існує обернена матриця, система лінійних рівнянь (17) завжди має єдиний розв'язок:

$$\varphi_1^* = \Phi_2^{*-1}\varphi, \quad (20)$$

Матрицю Φ_2^* можна отримати з φ_2^* таким чином: позначимо F квадратну матрицю порядку $n_{\text{AP}} + 1$, в якої всі елементи першої піддіагоналі дорівнюють одиниці, а всі інші — нульові, тобто

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Визначимо, що $F^0 = E$. Неважко перевірити, що Φ_2^* є многочленом від матриці F:

$$\Phi_2^* = f(F) = \varphi_{20}^* F^0 + \varphi_{21}^* F^1 + \varphi_{22}^* F^2 +$$

$$+ \ldots + \varphi_{2,n_{\text{AP}}}^* F^{n_{\text{AP}}} = \sum_{i=0}^{n_{\text{AP}}} \varphi_{2i}^* F^i = \Phi^*(\varphi_2^*), \quad (22)$$

$$\varphi_1^* = \Phi^{*-1}(\varphi_{2*})\varphi. \quad (23)$$

З іншого боку, згідно з (8) φ_1^* і φ_2^* зв'язані так [12]:

$$\sigma_1^2 \Phi^{*T}(\varphi_1^*)\varphi_1^* + \sigma_2^2 \Phi^{*T}(\varphi_2^*)\varphi_2^* = \sigma^2 \Phi^{*T}(\theta^*)\theta^*. \quad (24)$$

Підставивши (23) у (24), отримаємо

$$\sigma_1^2 \Phi^{*T}(\varphi_2^*)\varphi_2^* + \sigma_2^2 \Phi^{*T}(\Phi^{*-1}(\varphi_2^*)\varphi)\Phi^{*-1}(\varphi_2^*)\varphi =$$

$$= \sigma^2 \Phi^{*T}(\theta^*)\theta^*. \quad (25)$$

Рівняння (25) описує взаємозв'язок параметрів (коефіцієнтів авторегресії) однієї із складових процесів з параметрами (коефіцієнтами авторегресії та ковзного середнього) сумарного процесу. Параметри іншої складової процесу можна отримати за допомогою (23).

Таким чином, для ідентифікації параметрів авторегресії випадкових процесів x_1 і x_2 за спостереженнями сумарного випадкового процесу z необхідно:

- оцінити параметри АРКС процесу $z: \sigma^2$, φ, θ^*;
- розв'язати (25) відносно σ_1^2, σ_2^2, φ_2^*;
- за допомогою (23) оцінити параметр φ_1^*.

Слід зазначити, що у зв'язку із складним нелінійним характером системи рівнянь (25) її докладний аналіз ще не проводився. Тому не можна впевнено говорити про кількість розв'язків, які можуть існувати. Але при умові формування процесу z за формулою (1) можна стверджувати, що існує принаймні один розв'язок рівняння. Для того щоб відкинути інші можливі розв'язки рівняння (21), пропонується перехід до такої задачі:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 \to \min \quad (26)$$

за умови

$$\sigma_1^2 \Phi^{*T}(\varphi_2^*)\varphi_2^* + \sigma_2^2 \Phi^{*T}(\Phi^{*-1}(\varphi_2^*)\varphi)\Phi^{*-1}(\varphi_2^*)\varphi =$$

$$= \sigma^2 \Phi^{*T}(\theta^*)\theta^*.$$

Задача (26) є задачею нелінійної умовної оптимізації, завданням якої є визначення вектора φ_2 процесу, що описується (3). Процеси з цими параметрами будуть забезпечувати мінімальну сумарну дисперсію стохастичної складової.

З врахуванням того, що похідна векторної функції має досить складний вигляд, більшість методів нелінійної умовної оптимізації не можна буде застосовувати, тому пропонується використання такого підходу:

1) перехід до задачі безумовної оптимізації; у даному випадку можна скористатися ідеологією штрафних функцій;

2) розв'язання отриманої задачі за допомогою методів, що не потребують знання похідних, наприклад генетичних алгоритмів.

При переході до задачі безумовної оптимізації штрафну функцію можна побудувати таким чином:

$$f(\sigma_1^2,\sigma_2^2,\varphi_1^*)=\underbrace{(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}_{1}+$$

$$+\underbrace{\rho_1(\sigma_1^2\Phi^{*T}(\varphi_1^*)\varphi_1^*+\sigma_2^2\Phi^{*T}(\Phi^{*-1}(\varphi_1^*)\varphi)\Phi^{*-1}(\varphi_1^*)\varphi-}_{2}$$

$$\underbrace{-\sigma^2\Theta^{*T}\theta^*)^T(\sigma_1^2\Phi^{*T}(\varphi_1^*)\varphi_1^*+\sigma_2^2\Phi^{*T}(\Phi^{*-1}(\varphi_1^*)\varphi)}_{2}\times$$

$$\times\underbrace{\Phi^{*^{-1}}(\varphi_1^*)\varphi-\sigma^2\Theta^{*^T}\theta^*)}_{2}\underbrace{\rho_2(e^{*^T}\Phi^{*^{-1}}(\varphi_1^*)\varphi)}_{3}, \quad (27)$$

де $e^*=\begin{pmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix}-n_2$-строка; ρ_1,ρ_2 – додатні числа, що мають зміст штрафу за відхилення від нуля другої та третьої складових у (27).

У формулі (27) перший доданок мінімізує дисперсію стохастичної складової процесів x_1 і x_2, другий – відповідає за виконання рівняння (25), третій – має утримувати вектор φ_2^* у вигляді (18).

Після розв'язання задачі (26) слід оцінити значення часових рядів x_1 і x_2. Для цього в (6) позначимо

$$\Phi_1(B)z_k=z_{2k}. \quad (28)$$

Маємо

$$z_{2k}=\Phi_1(B)x_{2k}+\varepsilon_{1k}. \quad (29)$$

Перепишемо (29) у вигляді

$$z_{2k}=C_2X_{2k}+\varepsilon_{1k}, \quad (30)$$

де

$$X_{2k}=\begin{pmatrix}x_{2k}\\ x_{1k-1}\\ \vdots\\ x_{1,k-n_{\text{АР}}}\end{pmatrix};C_2=\underbrace{(1\quad\varphi_{11}\quad\dots\quad\varphi_{1n_1}\quad 0\quad\dots\quad 0)}_{\max\{n_1+1,n_2\}}.$$

З іншого боку, маємо

$$X_{2,k+1}=\hat{\Phi}_2X_{2k}+F\varepsilon_{2k}, \quad (31)$$

де $\hat{\Phi}_2$ – квадратна матриця розміром $\max\{n_1+1,n_2\}\times\max\{n_1+1,n_2\}$:

$$\hat{\Phi}_2=\begin{pmatrix}-\varphi_{21} & -\varphi_{22} & \dots & -\varphi_{2n_2} & 0 & \dots & 0 & 0\\ 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0\\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0\\ \vdots & & & \ddots & & & & \vdots\\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0\end{pmatrix};$$

$$F=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix}.$$

Для процесу x_1 отримаємо аналогічний результат, тобто в загальному вигляді рівняння (30), (31) можна записати так:

$$X_{i,k+1}=\hat{\Phi}_iX_{ik}+F\varepsilon_{ik}, \quad (32)$$

$$z_{ik}=C_iX_{ik}+\varepsilon_{jk}, \quad (33)$$

де $i,j=1,2$; $i+j=3$.

Рівняння (32) і (33) описують фільтр Каламана, де змінні стану отримують значення процесу x_1 і x_2.

Слід зазначити, що прогноз часового ряду z виконується таким чином:

$$\hat{z}_{k+1}=\hat{x}_{1,k+1}+\hat{x}_{2,k+1}=e^T\hat{\Phi}_1\hat{X}_{1k}+e^T\hat{\Phi}_2\hat{X}_{2k}, \quad (34)$$

де $\hat{z}_{k+1},\hat{x}_{1,k+1},\hat{x}_{2,k+1}$ – прогноз значення відповідних часових рядів на момент часу $k+1$; $\hat{X}_{1k},\hat{X}_{2k}$ – скореговані за алгоритмом фільтра Калмана оцінки змінних стану X_{1k},X_{2k} на момент часу k; $e^T=(1\quad 0\quad\cdots\quad 0)$.

Таким чином, алгоритм знаходження параметрів авторегресії двох невідомих процесів на основі сумарного процесу можна описати так.

Крок 1. Оцінити параметри авторегресії та ковзного середнього для процесу, що спостерігається.

Крок 2. Застосувати генетичний алгоритм, в якому:

- фенотипом є точка в просторі параметрів $(\varphi_{21} \ \ \varphi_{22} \ \ \cdots \ \ \varphi_{2n_2})$;
- на базі $(\varphi_{21} \ \ \varphi_{22} \ \ \cdots \ \ \varphi_{2n_2})$ будується φ_2^*;
- як функція пристосованості використовується (27);

знайти оцінки параметрів σ_1^2, σ_2^2, φ_2^*.

Крок 3. За допомогою (20) знайти φ_1^*.

Крок 4. Сформувати допоміжні процеси z_1 і z_2 (28).

Крок 5. Реалізувати фільтр Калмана для структур (32) і (33).

Дію цього алгоритму ілюструє приклад, наведений нижче.

Приклад. Для практичної перевірки наведених вище викладок виконано такі дії.

1. Згенеровано два процеси авторегресії АР(1): $X_1 = \{x_{1j}\}$, $X_2 = \{x_{1j2}\}$, $j = \overline{1,10000}$.

2. Отримано сумарний процес $Z = X_1 + X_2 = \{z_j = x_{1j} + x_{2j}\}, j = \overline{1,10000}$.

3. Для процесу Z побудовано модель АРКС(2,1), тобто знайдено оцінки параметрів φ і θ.

4. Для побудованої моделі АРКС(2,1) оцінено квадрат дисперсії похибки прогнозу $\tilde{\sigma}^2 = \dfrac{1}{9996}\sum\limits_{i=4}^{10000}(z_i - \tilde{z}_i)^2$, де $\tilde{Z}$ – оцінка прогнозу.

5. За допомогою кроків 2, 3 алгоритму на основі оцінок параметрів АРКС(2,1) процесу Z отримано оцінки параметрів процесів X_1 і X_2, а саме $\hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2$, $\hat{\varphi}_1$, $\hat{\varphi}_2$.

6. Із співвідношень (32), (33) знайдено оцінки $\hat{X}_1, \hat{X}_2$.

7. На основі оцінок $\hat{X}_1, \hat{X}_2$ за допомогою (2), (3) побудовано прогнози процесів $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$.

8. Побудовано прогноз процесу $Z : \tilde{Z}^+ = \tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$.

9. Оцінено квадрат дисперсії похибки прогнозу $\tilde{\sigma}_+^2 = \dfrac{1}{9996}\sum\limits_{i=4}^{10000}(z_i - \tilde{z}_i^+)^2$.

10. Оцінено $\tilde{\sigma}_{ij}^2$ похибок прогнозу процесу X_i на основі оцінки процесу $\tilde{X}_j$, $i, j = 1, 2$.

Числові результати наведено в табл. 1 і 2.

***Таблиця* 1.** Порівняння реальних параметрів процесів та їх оцінок

Вихідні дані	Оцінки параметрів
Параметри процесу X_1	Параметри процесу X_1, отримані розв’язанням задачі (27)
$\varphi_1^T = (1, \ -0,5, \ 0)$	$\varphi_1^T = (1, \ -0,533, \ 0)$
$\sigma_1 = 1$	$\sigma_1 = 0,999$
Параметри процесу X_2	Параметри процесу X_2, отримані розв’язанням задачі (20)
$\varphi_2^T = (1, \ 0,3, \ 0)$	$\varphi_1^T = (1, \ 0,324, \ 0)$
$\sigma_2 = 1$	$\sigma_2 = 0,999$
Розраховані параметри процесу АРКС(2,1) $Z = X_1 + X_2$	Оцінені параметри процесу АРКС(2,1) $Z = X_1 + X_2$
$\varphi^T = (1, \ -0,2, \ -0,15)$	$\varphi^T = (1, \ -0,209, \ -0,148)$
$\theta^T = (-0,086)$	$\theta^T = (-0,083)$
$\sigma_2 = 2,32$, $\sigma_+^2 = 2$	$\sigma_2 = 2,38$, $\sigma_+^2 = 1,99$

***Таблиця* 2.** Оцінка $\tilde{\sigma}_{ij}^2$

Оцінка	Значення
$\tilde{\sigma}_{11}^2$	1,0549313
$\tilde{\sigma}_{12}^2$	1,4270318
$\tilde{\sigma}_{21}^2$	1,1639373
$\tilde{\sigma}_{22}^2$	0,9483924

Висновки

Результати, отримані в прикладі, демонструють високу ефективність запропонованого методу розділення процесу на дві його авторегресійні складові. Як можна побачити з табл. 1, оцінки параметрів для процесів X_1 і X_2 є досить близькими до реальних значень цих параметрів. Крім того, квадрат дисперсії похибки прогнозу майже збігається з її розрахованими значеннями та на 15 % покращує прогноз процесу z порівняно з моделлю АРКС(2,1).

Однак недостатній аналіз рівняння (27) не дає можливості накласти необхідні обмеження або обґрунтувати їх відсутність, крім обмежень (13), (14). Більше того, використання генетичного алгоритму не завжди гарантує знаходження необхідного розв'язку.

Таким чином, можна стверджувати, що запропонований алгоритм може бути взятий за основу для побудови моделі АРКС, але він потребує більш ретельного дослідження. Це планується зробити в майбутніх дослідженнях.

М.Ю. Минин

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АВТОРЕГРЕССИИ СО СКОЛЬЗЯЩИМ СРЕДНИМ, СОДЕРЖАЩИМ ДВЕ АВТОРЕГРЕССИОННЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Рассмотрена задача минимизации дисперсии ошибки прогноза случайного процесса авторегрессии со скользящим средним (АРСС) разложением его на сумму двух процессов авторегрессии (АР). Предложены метод оценки параметров АР двух составляющих процессов на основе оценки параметров АРСС исходного процесса и метод оценки значений, необходимых для прогноза составляющих процессов.

M.Yu. Minin

FORECASTING OF AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE PROCESS WITH AUTOREGRESSIVE PARTS

The paper considers the minimization of the forecasting variance error of stochastic autoregressive moving average process by separating it into two autoregressive processes. More precisely, two methods are developed: the first method – for AR parameters estimation based on the estimates of the ARMA parameters of the initial process, and the second one – for estimation of the process states utilized to make the forecasts.

1. *Уотшем Т.Дж., Паррамоу К.* Количественные методы в финансах. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 528 с.
2. *Лукашин Ю.П.* Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
3. *Бідюк П.І., Баклан І.В.* Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. – № 3. – С. 88–110.
4. *Бідюк П.І., Баклан І.В., Литвиненко В.І.* Моделювання та прогнозування нелінійних динамічних процесів. – К.: ЕКМО, 2004. – 121 с.
5. *Бідюк П.І., Литвиненко В.І., Слободенюк О.В.* Моделювання і прогнозування гетероскедастичних процесів // Наук. пр. Миколаїв. держ. гуманітарного ун-ту ім. Петра Могили. – 2004. – Вип. 22. – С. 24–39.
6. *Бидюк П.И., Литвиненко В.И., Баклан И.В., Фефелов А.А.* Алгоритм клонального отбора для прогнозирования нестационарных динамических систем // Искусственный интеллект. – 2004. – № 4. – С. 89–99.
7. *Бідюк П.І., Митник О.Ю.* Обернене відображення Кастельжо в нечітких нейронних моделях // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2004. – № 2. – С. 24–34.
8. *Бидюк П.И., Терентьев А.Н., Гасанов А.С.* Построение и методы обучения байесовских сетей // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – № 4. – С. 24–34.
9. *Бідюк П.І.* Оцінювання і прогнозування стану малого підприємства за допомогою мережі Байєса // Наук. пр. Миколаїв. держ. гуманітарного ун-ту ім. Петра Могили. – 2006. – Вип. 44. – С. 7–29.
10. *Бідюк П.І., Кроптя А.В.* Аналіз і методи розв'язання задачі оцінювання екстремальних значень // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2005. – № 4. – С. 34–47.
11. *Бідюк П.І., Литинська А.Ю., Кравчук Ю.В.* Оцінювання VaR та CVaR для квадратичного портфеля цінних паперів з факторами ризику, що розподілені за еліптичним законом // Наук. пр. Миколаїв. держ. гуманітарного ун-ту ім. Петра Могили. – 2007. – Вип. 55. – С. 8–18.
12. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Т.1. – М.: Мир, 1974. – 408 с.

Рекомендована Радою
факультету авіаційних і космічних
систем НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
21 травня 2009 року